

«Утверждаю»

Проректор

Российского университета

дружбы народов

по научной работе

Н.С.Кираев



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ РОССИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ДРУЖБЫ НАРОДОВ

о диссертации Звягина Андрея Викторовича «Исследование математических моделей движения растворов полимеров с субстанциальной и объективной производными», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Целью диссертации является исследование краевых и начально-краевых задач для одной модели неильтоновской гидродинамики, а именно, модели движения слабо концентрированных водных растворов полимеров, а также для других моделей движения жидкостей с реологическим соотношением, удовлетворяющих принципу объективности. Автором получены условия существования слабых решений указанных краевых и начально-краевых задач, соответствующих задач оптимального управления с обратной связью, а также существования глобальных аттракторов пространства траекторий. Метод исследования основан на полученных в диссертации результатах об обратимости, индексе и других свойствах операторов, входящих в уравнения в функциональных пространствах, к которым сводятся рассматриваемые задачи.

В последние годы внимание многих математиков привлекает построение и анализ математических моделей полимерных растворов и расплавов, эмульсий, суспензий и других жидких или полужидких сред, не описываемых моделями классической (ильтоновской) гидродинамики и получивших в связи с этим название неильтоновских жидкостей. Этот класс сред рассматривался во многих работах Дж. Максвелла, Дж. Г. Олдройта, А.П. Осколкова и других авторов. Данная диссертация посвящена исследованию краевых и начально-краевых задач для одной модели неильтоновской гидродинамики, а именно модели движения слабо концентрированных водных растворов полимеров, а также для более общих

моделей с реологическим соотношением, удовлетворяющим принципу объективности, т.е. инвариантным относительно галилеевой замены переменных. Соотношения с объективной производной наиболее точно описывают поведение исследуемых сред, но сложны для изучения, поэтому число математических работ, посвященных им, сравнительно невелико, причем в них рассматриваются только наиболее простые частные случаи. Настоящая диссертация призвана восполнить этот пробел. В диссертации исследуются также задачи оптимального управления с обратной связью и задача о существовании минимальных траекторных и глобальных аттракторов, порождаемых рассматриваемой моделью.

Диссертация объемом 139 страниц состоит из списка обозначений, введения, трех глав, в которых в общей сложности 11 параграфов, и библиографического списка, состоящего из 29 наименований использованных источников и 10 наименований публикаций автора по теме диссертации.

Глава 1 посвящена стационарной математической модели, описывающей движение слабо концентрированных водных растворов полимеров, в виде краевой задачи относительно вектор-функции скоростей и функции давления. Глава состоит из четырех параграфов. В параграфе 1.1 рассматривается версия указанной модели с полной производной в реологическом соотношении. Основным результатом параграфа является существование хотя бы одного слабого решения указанной задачи. Доказательство этого и ряда последующих результатов основано на рассмотрении семейства аппроксимационных задач с малым параметром, доказательстве их разрешимости и получении априорных оценок для их решений, позволяющих сделать предельный переход к решению исходной задачи. Разрешимость аппроксимационных задач, в свою очередь, доказывается путем их сведения к операторным уравнениям в соответствующих функциональных пространствах и применения к полученным уравнениям теории топологической степени Лере-Шаудера. Отдельно рассматривается случай неограниченной области как предела последовательности ограниченных областей.

В параграфе 1.2 та же схема с необходимыми изменениями применяется к задаче оптимального управления с обратной связью для той же стационарной модели с полной производной в реологическом соотношении. При этом под обратной связью понимается принадлежность правой части рассматриваемого уравнения (функции плотности внешних сил) к графику многозначного отображения, выступающего в качестве

функции управления. Доказывается существование хотя бы одного решения задачи оптимального управления.

В параграфе 1.3 тем же методом доказывается существование хотя бы одного слабого решения краевой задачи, представляющей собой стационарную математическую модель движения жидкости с объективной производной в реологическом соотношении, в которой появляются дополнительные слагаемые по сравнению с задачей параграфа 1.1, требующие отдельного исследования. Существование хотя бы одного решения соответствующей задачи оптимального управления с обратной связью доказывается в параграфе 1.4.

В главе 2 исследуется эволюционная математическая модель, описывающая движение слабо концентрированных водных растворов полимеров, в виде начально-краевой задачи относительно вектор-функции скоростей и функции давления в ограниченной области на конечном временном интервале. Глава состоит из двух параграфов. В параграфе 2.1 операторно-топологическим методом, разработанным в главе 1, доказывается существование хотя бы одного слабого решения начально-краевой задачи, а в параграфе 2.2 – существование хотя бы одного решения соответствующей задачи оптимального управления с обратной связью.

Глава 3 посвящена исследованию аттракторов для эволюционной математической модели, описывающей движение слабо концентрированных водных растворов полимеров, т.е. поведения решений начально-краевой задачи из главы 2 при стремлении времени к бесконечности. Глава состоит из пяти параграфов. В параграфе 3.1 содержится постановка задачи и краткие сведения из общей теории аттракторов, необходимые для дальнейших рассуждений, а также формулировки основных результатов о существовании минимальных траекторных и глобальных аттракторов. В параграфе 3.2 формулируется аппроксимационная задача, используемая для изучения аттракторов, и исследуются свойства операторов, входящих в уравнение, к которому сводится указанная задача. Параграф 3.3 посвящен получению априорных оценок решений аппроксимационных задач. В параграфе 3.4 содержится доказательство существования решения аппроксимационной задачи, сформулированной в параграфе 3.2, а в параграфе 3.5 – доказательство основных результатов главы 3 о существовании аттракторов, сформулированных в параграфе 3.1.

У нас имеется следующее замечание. В диссертации не рассматривается вопрос о единственности решений исследуемых задач, имеющий большое теоретическое и практическое значение. Впрочем, это

замечание не умаляет значимости полученных в диссертации результатов и может рассматриваться как пожелание дальнейших исследований.

Все полученные в диссертации результаты являются новыми, строго доказаны и грамотно изложены. Основные результаты диссертации докладывались на всероссийских и международных научных конференциях, на семинарах в Воронежском государственном университете. Результаты диссертации опубликованы в десяти работах, девять из которых – в журналах из Перечня ВАК. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Работа имеет теоретико-прикладной характер. Результаты диссертации могут быть использованы в научных исследованиях математических моделей движения жидкостей, проводимых в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, Санкт-Петербургском государственном университете, Российском университете дружбы народов, Воронежском государственном университете, Московском государственном авиационном институте (техническом университете) и других научных организациях.

На основании изложенного считаем, что диссертация Андрея Викторовича Звягина «Исследование математических моделей движения растворов полимеров с субстанциальной и объективной производными» удовлетворяет всем требованиям пункта 9 Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к диссертациям на соискание степени кандидата наук, а ее автор Звягин Андрей Викторович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры математического анализа и теории функций факультета физико-математических и естественных наук Российского университета дружбы народов «13» ноября 2014 г., протокол № 203 - 04/02.

Заведующий кафедрой математического
анализа и теории функций, член-корр. РАН,
д.ф.-м.н., профессор



В. Д. Степанов

Д.ф.-м.н., доцент



Е. И. Галахов